

Das Beanspruchungsverhalten mehrlagig bewickelter Seiltrommeln unter nicht-rotationssymmetrischer Belastung

Mupende, I.; Otto, St.

Die Auslegung mehrlagig bewickelter Seiltrommeln basiert bisher auf der Annahme rotationssymmetrischer Lastverteilungen. Jüngste Forschungsarbeiten des Instituts für Maschinenwesen haben demgegenüber gezeigt, dass bei Seiltrommeln mit einem LeBus-Rillungssystem nicht-rotationssymmetrische Belastungen des Mantels und der Bordscheiben auftreten.

Der Artikel stellt ein Berechnungsmodell zur Ermittlung der nicht-rotationssymmetrischen Druckbelastung des Trommelmantels und der daraus resultierenden Beanspruchungen vor.

So far, in the calculation of multilayered hoisting drums rotationally symmetric load distributions are assumed. Recently – based on our research in the field of hoisting drums – it could be shown that the LeBus winding system causes non-rotationally symmetric load distributions on the drum cylinder and endplates. The article describes a load model for determining the non-rotationally symmetric pressure distribution at the drum cylinder and the resultant stress distribution.

1 Einleitung

Das Bestreben der Industrie und Anlagenbauer immer voluminösere und schwerere Einzelkomponenten zu planen und vor dem Heben bereits am Boden zu montieren, zwingt die Kranhersteller dazu, mit ihren Konstruktionen größere Hakenlasten und Reichweiten zu garantieren. Weiterhin ist zu beobachten, dass sich das Nutzungsverhalten der Kranbetreiber, begründet durch veränderte Einsatzszenarien, zunehmend wandelt. Für die Gestaltung und Dimensionierung der Seiltrommeln bedeuten die vorgenannten Punkte letztlich die Realisierung größerer Seilzuglasten und Seilspeicherlängen bei gleichzeitiger Reduzierung des verfügbaren Bauwerks.

Vor diesem Hintergrund ist die Weiterentwicklung der Berechnungsverfahren zur beanspruchungsgeordneten Auslegung einer Seiltrommel von stetigem Interesse für Kran- und Windenhersteller – insbesondere auch deshalb, weil die Aktualität bisheriger Auslegungsgrundlagen der Norm fraglich erscheint.

2 Problemstellung

Die heute existierenden Berechnungsverfahren zur Dimensionierung mehrlagig bewickelter Seiltrommeln (z.B. [1], [2] und [3]) basieren auf rotationssymmetrischen Lastannahmen. Zu diesen Belastungen einer Seiltrommel zählen im Wesentlichen der vom Seilpaket auf den Trommelmantel ausgeübte Wickeldruck $p(x)$ und die Linienkräfte $F_i(r)$ und $F_j(r)$ der Seillagen auf die Bordscheiben (**Bild 1**).

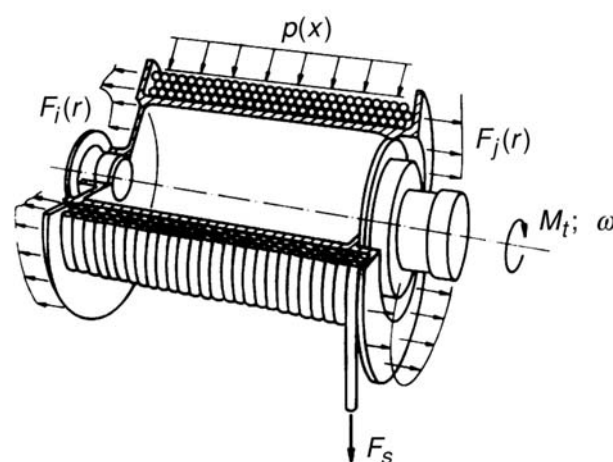


Bild 1: Rotationssymmetrische Druck- und Linienkraftverteilung als Grundlage für die Beanspruchungsermittlung mehrlagig bewickelter Seiltrommeln [2]

Die Annahme rotationssymmetrischer Belastungsverhältnisse bildet jedoch die in der Praxis beobachtete und experimentell nachgewiesene Umfangslastverteilung auf Mantel und Bordscheiben nicht exakt ab. Dies gilt insbesondere für Seiltrommeln mit einer Mantelrillung nach dem LeBus-Prinzip. Das Rillungssystem nach LeBus ist durch vier Umfangsbereiche charakterisiert. Dies sind zwei Parallelabschnitte (PB) und zwei Kreuzungsabschnitte (KB), in denen das Seil jeweils um eine halbe Steigungsbreite in Axialrichtung abgelenkt wird (**Bild 2**). Die Winkelausdehnung des Parallel- und Kreuzungsbereiches und die Rillungssteigung variieren von Konstruktion zu Konstruktion. Sie sind vom Einsatzfall, dem Seildurchmesser, den Seiltoleranzen, den Trommelabmessungen und der Seilbiegesteifigkeit abhängig.

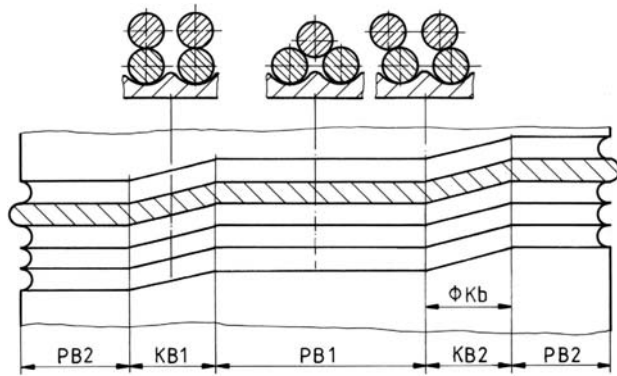


Bild 2: Anordnung der Seilwindungen im Parallel- und Kreuzungsbereich

Durch die definierte Seilführung ist die Anordnung der Seilwindungen für den Parallel- und Kreuzungsbereich fest vorgegeben. **Bild 2** verdeutlicht die sich verändernden Kontaktverhältnisse an drei ausgewählten Schnitten des Mantelumfangs in idealisierter Form. Eine Verschiebung der Kreuzungsbereiche von Seillage zu Seillage, wie sie in begrenztem Maße praktisch auftritt, wurde hier nicht betrachtet. Es kann grundsätzlich unterschieden werden zwischen:

- *Mitte des Kreuzungsbereiches:* Die Windungen der oberen Lage erreichen ihren höchsten Punkt beim Überrollen der unteren Seilwindungen. Es liegt eine säulenförmige Stapelung der Seilquerschnitte vor.
- *Mitte des Parallelbereiches:* Die Windungen der oberen Seillage werden in den Lücken der unteren Windungen geführt. Das Wickelbild ist in diesem Bereich durch eine pyramidale Stapelung der Seilquerschnitte gekennzeichnet.
- *Beginn des Kreuzungsbereiches:* Die oberen Windungen werden durch die Vorgängerwindungen oder durch Führungskeile an der Bordscheibe abgelenkt und beginnen die darunter liegenden Windungen zu überrollen.

Bild 3 zeigt beispielhaft das Ergebnis einer experimentellen Beanspruchungsanalyse an einer Seiltrommel mit einem LeBus-Rillungssystem. Die Messpunkte (KB1, PB1, KB2, PB2) waren bei diesem Versuch auf drei axial versetzten Schnittebenen – jeweils mittig in den Rillungsbereichen – angeordnet. Die Kurvenverläufe stellen den Anstieg der Tangentialspannungen bei konstanter Zugkraft F_S und zunehmender Lagenanzahl dar. Entgegen der Erwartung eines nahezu gleichmäßigen Beanspruchungsverlaufes über dem Umfang des Mantels treten ab der zweiten Seillage deutliche Unterschiede in den Tangentialspannungswerten auf, die

sich mit zunehmender Bewicklung vergrößern. Bei Vollbewicklung mit sieben Lagen weichen die minimalen und maximalen Tangentialspannungen um ca. 30% voneinander ab. Zwischen dem höchst beanspruchten Parallel- und Kreuzungsbereich (PB 1 und KB 2 im Diagramm) ergibt sich eine prozentuale Differenz von ca. 15%.

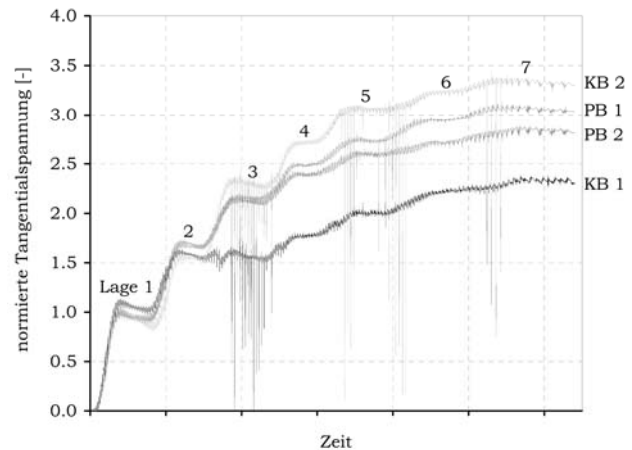


Bild 3: Zeitlicher Verlauf der Tangentialspannungen am inneren Umfang des Trommelmantels auf einer Schnittebene (Die Tangentialspannungen sind auf den Wert in der Seillage 1 normiert.)

Im Rahmen der Forschungsarbeit wurde der kausale Zusammenhang zwischen den experimentell festgestellten Beanspruchungsunterschieden und einer nicht-rotationssymmetrischen Druckbelastung $p(x, \phi)$ des Trommelmantels durch das Seilpaket näher beleuchtet. Weitere Einflussfaktoren, wie lokale Wanddickeänderungen des Mantels oder der Einfluss der Rillungssteifigkeit, konnten als Hauptursache für die nicht-rotationssymmetrische Beanspruchungsverteilung ausgeschlossen werden.

3 Die nicht-rotationssymmetrische Belastung des Trommelmantels

3.1 Einfluss des Wickelradienunterschiedes zwischen den Rillungsbereichen

Das Bewickeln der ersten Seillage erfolgt sowohl im Parallel- als auch im Kreuzungsbereich über dem gesamten Umfang mit einem konstanten Wickelradius ($r_{pb,1} = r_{kb,1}$). Ab der zweiten Seillage ändert sich der Wickelradius über dem Umfang des Trommelmantels infolge des Überrollens der unteren Windungen innerhalb des Kreuzungsbereiches. Zwischen beiden Rillungsbereichen entsteht demnach ein Wickelradienunterschied Δr_l (**Bild 4**). Für den gesamten Umfang lässt sich unter Annahme geometrisch idealer Verhältnisse, d.h. bei Ver-

nachlässigung von Seilquerschnitts- und Mantelverformungen, durch Erweiterung der von Dietz [1] angegebenen Formel, nachfolgender Zusammenhang für den Wickelradius $r_l(\phi)$ herleiten (Gl. 1).

$$r_l(\phi) = \left[a + \frac{h}{2} \right] + \frac{1}{2} d_s \left[1 + (1-l) \sqrt{4 - \frac{e^2}{d_s^2} F_\phi^2} \right] \quad (1)$$

mit: $F_\phi = 1$ im Parallelbereich und
 $F_\phi = \frac{\phi_{kb} - 2\phi}{\phi_{kb}}$ im Kreuzungsbereich

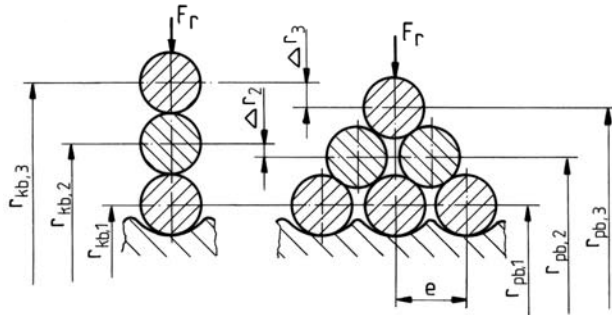


Bild 4: Unterschied Δr_l zwischen dem Wickelradius $r_{pb,l}$ im PB und $r_{kb,l}$ im KB

Mit der Voraussetzung, dass Beginn und Ende der Seilkreuzungen in jeder Lage mit den Vorgaben der Rillungsgeometrie übereinstimmen, ergibt sich der maximale Unterschied zwischen den Wickelradien in der Mitte des Kreuzungsbereiches bei einer Winkelposition von $\phi_{kb}/2$. Mit der zusätzlichen Annahme, dass die Seilkreuzungen einer jeden Seillage übereinander liegen, beträgt der maximale Radius $r_{kb,l}$ einer Seillage in der Mitte des Kreuzungsbereiches ausgehend von Gl. 1:

$$r_{kb,l} = \left[a + \frac{h}{2} \right] + d_s \left(1 - \frac{1}{2} \right) \quad (2)$$

Unter Verwendung von Gl. 1 und Gl. 2 kann somit für das unverformte Seilpaket der maximale verhältnismäßige Unterschied zwischen den Wickelradien im Parallel- und Kreuzungsbereich mit Gl. 3 ausgedrückt werden.

$$K_{r,l} = \frac{r_{kb,l}(\phi)}{r_{pb,l}(\phi)} = \frac{\left[a + \frac{h}{2} \right] + d_s \left(1 - \frac{1}{2} \right)}{\left[a + \frac{h}{2} \right] + \frac{1}{2} d_s \left[1 + (1-l) \sqrt{4 - \frac{e^2}{d_s^2} F_\phi^2} \right]} \quad (3)$$

Der maximale prozentuale Unterschied der Wickelradien wurde für eine Auswahl verschiedener Trommelgeometrien (Tab. 1) untersucht. Die Maximalwerte liegen für eine fünflagige Bewicklung mit

geringer Streubreite stets unterhalb von 5%. Es wird deutlich, dass der Seildurchmesser d_s im Vergleich zur Lagenanzahl l einen zu vernachlässigenden Einfluss besitzt, weil die Relation zur Seilsteigung e für verschiedene Trommelgeometrien nahezu konstant ist. Die Seilsteigung e wird im Allgemeinen, je nach der zu erwartenden Seiltoleranz, durch einen prozentualen Zuschlag zum Seildurchmesser (ca. 5% bis 6% des Seildurchmessers) ermittelt. Aus Gl. 3 geht hervor, dass für geringe Seiltoleranzen mit entsprechend kleinen Seilsteigungen der Unterschied zwischen den Wickelradien $K_{r,l}$ abnimmt. Der Einfluss ist aufgrund der geringen Variationsbreite der Seilsteigung generell aber sehr klein.

	Trommelkonstruktion		
	1	2	3
d_s	14	15	17
e	14,7	15,75	17,85
a	159,0	181,75	190,5
h	18,0	21,5	22,0
L	338,0	489,0	482,0
ϕ_{kb}	54,0	55,0	55,0
$K_{r,1}$	1,000	1,000	1,000
$K_{r,2}$	1,011	1,011	1,011
$K_{r,3}$	1,021	1,020	1,021
$K_{r,4}$	1,030	1,028	1,030
$K_{r,5}$	1,037	1,036	1,038

Tab. 1: Übersicht ausgewählter Trommelkonstruktionen mit den zugehörigen $K_{r,l}$ -Werten für unverformte Seilquerschnitte

Die Änderung des Wickelradius $r_l(\phi)$ bewirkt eine umgekehrt proportionale Änderung des radialen Wickeldruckes innerhalb einer jeden Lage (Gl. 4). Mit den vorgenannten Erkenntnissen ist demnach festzustellen, dass der Wickeldruck im Kreuzungsbereich – aufgrund des größeren Wickelradius – kleiner als der Wickeldruck im Parallelbereich ist.

$$\sigma_{\phi,S} = \frac{p_{\max,l} \cdot r_l}{s}$$

mit: $r_l = f(\phi)$ und
 $\sigma_{\phi,S} = \frac{F_{S,l}}{s^2}$ folgt:

$$p_{\max,l} = \frac{F_{S,l}}{s} \cdot \frac{1}{r_l(\phi)} \quad (4)$$

Gl. 4 beschreibt den Zusammenhang zwischen der Seilzugkraft F_S und dem Wickeldruck in einfacher Weise. Der Einfluss der Seilelastizität und die Auswirkung von Entlastungserscheinungen infolge von Seilquerschnitts- und Mantelverformungen werden hiermit nicht erfasst. Der Druckbetrag $p_{max,l}$ entspricht deshalb dem theoretischen Maximaldruck einer Seillage. Im Folgenden wird der Einfluss der hier nicht berücksichtigten Entlastungsmechanismen auf das Druckverhältnis zwischen Parallel- und Kreuzungsbereich abgeschätzt.

3.2 Einfluss des Seilpaketsteifigkeitsunterschiedes zwischen den Rillungsbereichen

Die Druckentwicklung auf den Trommelmantel resultiert aus einer Last-Verformungs-Kopplung, in der Belastungs- und Entlastungsmechanismen parallel ablaufen. Wesentliche Einflussparameter bilden dabei die Seilpaketsteifigkeit und die Mantelverformungen. Beide Einflussgrößen ändern sich nicht nur während des Wickelprozesses kontinuierlich, sie besitzen außerdem eine unterschiedlich hohe Ausprägung im Parallel- und Kreuzungsbereich. Aus experimentellen Untersuchungen ist beispielsweise bekannt, dass der Querelastizitätsmodul der pyramidalen Seilwindungsanordnung im Parallelbereich ca. 70% des Wertes für die Säulenordnung im Kreuzungsbereich beträgt [2]. Aufgrund der daraus resultierenden unterschiedlichen Seillagenverformung ergeben sich im Parallel- und Kreuzungsbereich verschiedene Wickeldrucke. Im Fall der nicht-rotationssymmetrischen Mantelverformung wird die Lastverteilung zudem durch das zu erwartende beliebig gekrümmte Verformungsbild des Mantels bestimmt, welches partielle Druckverlagerungen über dem Umfang hervorrufen kann. Die Lösung dieser Last-Verformungs-Beziehung ist allerdings noch offen. Im Folgenden wird deshalb ein Belastungsmodell zur Einordnung des Wickeldruckunterschiedes zwischen dem Parallel- und Kreuzungsbereich entwickelt. Darin werden sowohl die unterschiedlichen Wickelradien als auch die variierende Seilpaketsteifigkeit in beiden Rillungsbereichen berücksichtigt.

Das Druckverhältnis $K_{P,l}$ zwischen dem Druck p_{pb} im Parallelbereich und p_{kb} im Kreuzungsbereich einer jeden Lage l lässt sich allgemein mit **Gl. 5** ausdrücken. Darin erfolgte eine bereichsweise Aufteilung des Wickeldruckes in den Druck ohne Entlastung und den Entlastungsanteil selbst.

$$K_{P,l} = \frac{p_{pb,l}}{p_{kb,l}} = \frac{p_{pb,max,l} - \Delta p_{pb,l}}{p_{kb,max,l} - \Delta p_{kb,l}} \quad (5)$$

Durch Ausnutzung des Zusammenhangs zwischen Druckbelastung und Seillagenradius nach **Gl. 4** sowie des Verhältnisses der Wickelradien aus **Gl. 3** geht **Gl. 5** in **Gl. 6** über.

$$K_{P,l} = \frac{K_{r,l} - \frac{\Delta p_{pb,l}}{p_{kb,max,l}}}{1 - \frac{\Delta p_{kb,l}}{p_{kb,max,l}}} \quad (6)$$

Die Abschätzung des Entlastungsanteils $\Delta p_{kb,l}$ kann unter Verwendung der Berechnungsmethode von Dietz vorgenommen werden, womit eine Übertragung des von ihm angenommenen rotationssymmetrischen Belastungsmodells auf die Verhältnisse im Parallel- und Kreuzungsbereich verbunden ist. Die gegenseitige Beeinflussung beider Bereiche, welche Druckverlagerungen über dem Umfang des Trommelmantels hervorruft, bleibt außer Acht. Das von Dietz verwendete Säulenmodell der aufeinander gestapelten Seilwindungen (**Bild 5**) beschreibt die Kontaktverhältnisse und damit den Entlastungsmechanismus im Kreuzungsbereich sehr gut.

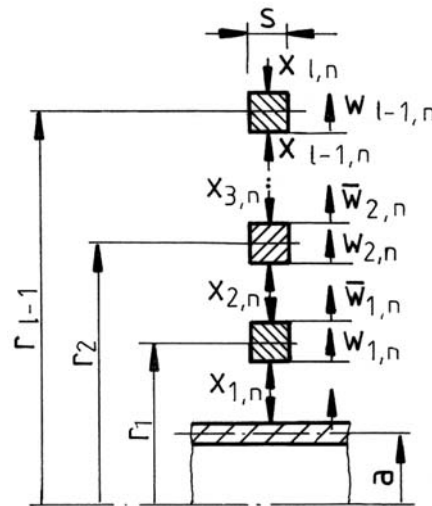


Bild 5: Abstraktion des Seilpaketes nach Dietz [1]

Für den Entlastungsanteil im Kreuzungsbereich $\Delta p_{kb,l}$ gilt somit:

$$\Delta p_{kb,l} = p_{kb,max,l} - p_{dietz,l}$$

$$\frac{\Delta p_{kb,l}}{p_{kb,max,l}} = 1 - \frac{p_{dietz,l}}{p_{kb,max,l}} = 1 - K_{e,l} \quad (7)$$

Die unterschiedliche Anordnung der Seilwindungen im Parallel- und Kreuzungsbereich mit den daraus

resultierenden Steifigkeitsunterschieden im Seilpaket führt zu unterschiedlichen Entlastungsbeträgen in beiden Rillungsbereichen. Dieser Entlastungsunterschied wird mit der Einführung des lagenabhängigen Bereichsfaktors $K_{b,l}$ beschrieben. Es gilt:

$$\Delta p_{pb,l} = K_{b,l} \cdot \Delta p_{kb,l} \quad (8)$$

Der Entlastungsbetrag steht in umgekehrt proportionalem Zusammenhang mit dem Querelastizitätsmodul des Seiles bzw. der Seilwindungstapelung. Ausgehend von dem Sachverhalt, dass der Querelastizitätsmodul der pyramidalen Seilanordnung ca. 70% des Wertes der Säulenordnung im Kreuzungsbereich beträgt, kann demnach für den Bereichsfaktor $K_{b,l}$ eine obere Grenze von 1,4 festgelegt werden. Als untere Grenze für ein praktisch sinnvoll erscheinendes Untersuchungsintervall wird ein Bereichsfaktor von 0,7 definiert. Damit ist es möglich, Belastungsfälle in die allgemeine Betrachtung einzuschließen, bei denen der Entlastungsanteil im Parallelbereich kleiner als im Kreuzungsbereich ist. In der ersten Seillage gilt neben $K_{r,1} = 1$ auch $K_{b,1} = 1$, weil für beide Rillungsbereiche eine identische Seilpaketsteifigkeit anzunehmen ist.

Das Verhältnis zwischen dem Wickeldruck im Parallel- und Kreuzungsbereich einer jeden Lage / kann mit **Gl. 7** und der Definition des Bereichsfaktors $K_{b,l}$ (**Gl. 8**) in Form von **Gl. 9** geschrieben werden.

$$K_{p,l} = \frac{K_{r,l} - K_{b,l}(1 - K_{e,l})}{K_{e,l}} \quad (9)$$

Die Gesamtdrücke im Parallel- und Kreuzungsbereich ergeben sich aus der Summierung der Druckanteile aller Seillagen. Mit dem Verhältnis der Bereichsdrücke einer jeden Lage (**Gl. 9**) kann das Gesamtdruckverhältnis mit **Gl. 10** berechnet werden. Dabei bilden die nach Dietz ermittelten Druckbelastungen den Bezugswert.

$$K_p = \frac{\sum_l p_{pb,l}}{\sum_l p_{kb,l}} = \frac{\sum_l K_{p,l} \cdot p_{dietz,l}}{\sum_l p_{dietz,l}} \quad (10)$$

Mit dieser Methode zur Einordnung der zu erwartenden nicht-rotationssymmetrischen Belastung des Trommelmantels lässt sich die winkelabhängige Druckverteilung als Stufenfunktion mit einem konstanten Druckniveau p_{pb} in beiden Parallelberei-

chen bzw. p_{kb} in beiden Kreuzungsbereichen beschreiben (**Bild 6**).

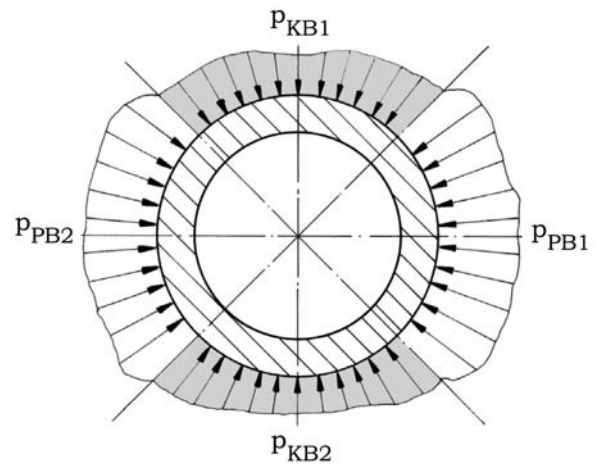


Bild 6: Druckverteilung über dem Trommelmantelumfang mit unterschiedlich hohen Niveaus im Parallel- und Kreuzungsbereich

4 Das Beanspruchungsverhalten des Trommelmantels

4.1 Voraussetzungen und Annahmen für das mechanische Modell

Aus mechanischer Sicht stellt der Trommelmantel einen geschlossenen, kreiszylindrischen, elastisch gelagerten und isotropen Körper dar, dessen Beanspruchungsverhalten mit Hilfe der linearen Biegetheorie der Kreiszylinderschale beschrieben werden kann. Für die Anwendung dieser Theorie gelten folgende Annahmen und Voraussetzungen:

1. Die Schalendicke h ist klein gegenüber den anderen Hauptabmessungen der Schalenmittelfläche (Anhaltswert: $0,05 \leq h/a \leq 0,15$) und schwach gekrümmt. Die im Kranbau und weiteren Bereichen der Hebeteknik eingesetzten Seiltrommeln erfüllen zumeist diese Voraussetzung.
2. Die Verformungen sind klein gegenüber der Schalendicke h .
3. Das Material wird als homogen, isotrop und linearelastisch angesehen. Es gelte das HOOKEsche Gesetz.
4. Alle Punkte auf einer Normalen zur unverformten Mittelfläche liegen auch nach der Verformung auf einer Normalen zur verformten Mittelfläche, d.h. alle Querschnitte bleiben eben (Bernoullische Normalenhypothese).

5. Die Normalspannung senkrecht zur Schalenmittelfläche nimmt Werte zwischen der Belastung p_n und Null an, sie kann im Vergleich zu allen anderen Normalspannungen vernachlässigt werden.
6. Die Schalendicke ändert sich bei der Belastung nicht. Somit kann die Dehnung senkrecht zur Schalenmittelfläche zu Null angenommen werden. Weiterhin wird vorausgesetzt, dass die Wanddicke über dem Umfang und der Länge näherungsweise konstant ist.

Der Trommelmantel erfährt neben der radialen Druckbelastung $p_n(x, \phi)$ eine Axialbiegung durch die Seilzugkraft und ein Torsionsmoment infolge des Antriebes. Diese beiden Lastkomponenten besitzen, wie Dietz nachgewiesen hat, gegenüber dem radialen Wickeldruck einen zu vernachlässigenden Effekt auf die Beanspruchungen des Trommelmantels. Die Beschreibung des nicht-rotationssymmetrisch wirkenden radialen Wickeldrucks $p_n(x, \phi)$ basiert auf der in **Kap. 2** hergeleiteten Stufenfunktion, welche über der Trommellänge als konstant angesehen wird. Damit ist die Annahme verbunden, dass jede Seilwindung den gleichen Druck auf den Mantel ausübt, also keine Zugkraftänderung innerhalb einer Lage stattfindet. **Bild 7** veranschaulicht die dreidimensionale Stufenfunktion für die Druckbelastung des Trommelmantels in einer qualitativen Darstellung.

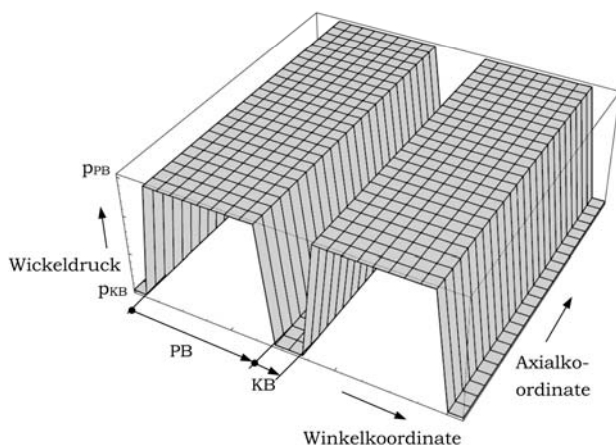


Bild 7: Dreidimensionale Druckfunktion $p_n(x, \phi)$

4.2 Das System partieller Differentialgleichungen der Kreiszyinderschale

Für die Analyse des Beanspruchungsverhaltens einer beliebig belasteten Kreiszyinderschale existieren in der Literatur zahlreiche voneinander abweichende Theorien [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13].

Krätzig [14] gibt einen umfassenden Vergleich und zudem Bewertungsmaßstäbe für die verschiedenen Methoden an. Zur Ermittlung der Trommelmantelbeanspruchungen unter der im **Kap. 2** erläuterten nicht-rotationssymmetrischen Druckverteilungsfunktion wurde die FLÜGGESche Theorie verwendet. Die Lösung des inhomogenen Systems partieller Differentialgleichungen nach FLÜGGE, welche hier nicht explizit angegeben ist, erfolgte mit Hilfe von Reihenansätzen für die Last- und Verschiebungskomponenten.

Die Verbindung von Mantel und Bordscheiben verkörpert für beide Elemente eine elastische Lagerung der Berandungskurven. Die Steifigkeit der Mantel-Bordscheiben-Verbindung wird durch die Dicke der Bordscheibe und des Mantels sowie durch die Kopplungsgeometrie selbst (z.B. Dicke der Stützscheibe oder des Getriebeflansches) bestimmt. Des Weiteren beeinflussen Stütz- und Zwischenscheiben häufig das Beanspruchungsverhalten des Trommelmantels, indem die aktive Mantellänge verkürzt wird. Für die Ermittlung spezieller Lösungen des Differentialgleichungssystems wurden idealisierte Randbedingungen verwendet, welche eine Fest-Los-Lagerung des Mantels mit einer ideal verdrehweichen (**Bild 8**, links) bzw. ideal verdrehsteifen Mantel-Bordscheiben-Verbindung widerspiegeln (**Bild 8**, rechts). Im Vergleich zur Praxis werden damit potentielle Grenzfälle beschrieben.

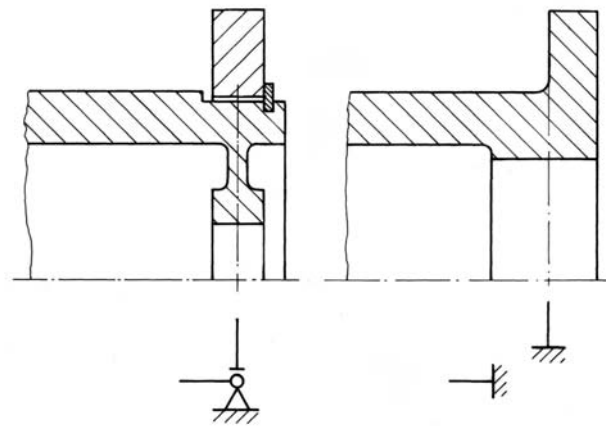


Bild 8: Idealisierte Mantel-Bordscheiben-Verbindungen; links: verdrehweiche Verbindung, rechts: verdrehsteife Verbindung

5 Auswirkungen der nicht-rotationssymmetrischen Druckbelastung

Das in **Kap. 2** vorgestellte Belastungsmodell ermöglicht es dem Konstrukteur, die Beanspruchungen des Trommelmantels für die in der Praxis auf-

tretende nicht-rotationssymmetrische Lastverteilung zu ermitteln. Im Hinblick auf ein daran angepasstes Design können die Erkenntnisse der durchgeführten Untersuchungen in Form nachstehender Hinweise resümiert werden:

1. Bei Trommelkonstruktionen mit einem in Parallel- und Kreuzungsbereiche unterteilten Rillungssystem treten gegenüber den Ergebnissen der bisher gültigen Berechnungsverfahren Beanspruchungsüberhöhungen auf, deren Betrag in Abhängigkeit der Rillungsgeometrie variiert. Ursache dieses Effektes ist die bisher nicht berücksichtigte Biegespannung in Umfangsrichtung des Mantels. **Bild 9** zeigt in diesem Zusammenhang für eine exemplarisch ausgewählte Trommelgeometrie ($h/a = 0,1$; $\kappa L = 8$) die Beanspruchungsüberhöhungen im Vergleich zu einer rotationssymmetrisch belasteten Schale, wenn eine freie radiale Mantelverformung angenommen wird. Für die in der Praxis üblichen Bereichseinteilungen von $2 \leq \phi_{pb}/\phi_{kb} \leq 3$ ergeben sich in diesem Fall Beanspruchungserhöhungen zwischen 10% und 30% im Vergleich zu den Ergebnissen bisheriger Berechnungsmethoden, wenn Druckunterschiede zwischen 5% und 15% angenommen werden (z.B. bei $p_{pb} > p_{kb}$).

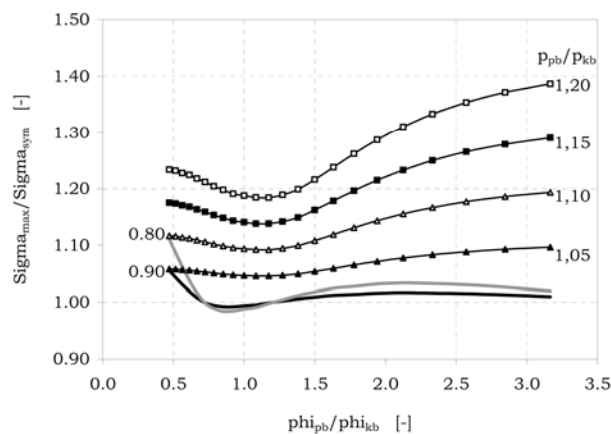


Bild 9: Verhältnis der inneren maximalen Tangentialspannungen

2. Aus **Bild 9** geht weiterhin hervor, dass für eine gegebene Druckbelastung des Trommelmantels ein optimales Verhältnis zwischen der Winkelausdehnung des Parallel- und Kreuzungsbereiches ($\phi_{pb} \approx \phi_{kb}$) existiert, für welches die Beanspruchungsüberhöhung minimal wird. Der Konstrukteur sollte daher unter gleichzeitiger Abwägung weiterer Aspekte (z.B. Spulungsverhalten, Seilverschleiß u.a.) dieses Optimum anstreben.

3. Die nicht-rotationssymmetrische Druckverteilung wird u.a. vom Unterschied der Wickelradien zwischen Parallel- und Kreuzungsbereich beeinflusst. Dieser kann minimiert werden, indem der prozentuale Zuschlag zum Seildurchmesser für die Ermittlung der Rillensteigung verringert wird.
4. Infolge des Druckunterschiedes treten zwischen dem Parallel- und Kreuzungsbereich axiale Verschiebungsdifferenzen auf (**Bild 10**), welche aufgrund der Verformungsbehinderung durch die Bordscheibe zusätzliche Axialkräfte im Anbindungsbereich bewirken. Diese Axialkräfte sind bei der Auslegung der Kopplungsgeometrie bzw. der Bordscheibenverbindung (z.B. Schweißnaht, Verschraubung) zu berücksichtigen.
5. Die Stützwirkung des Seilpaketes behindert die freie Mantelbiegung in Umfangs- und Axialrichtung. Dies führt insbesondere bei der Verwendung steifer Seile zu Belastungs- und Beanspruchungsverlagerungen über dem Mantelumfang, die mit dem erarbeiteten Berechnungsverfahren analytisch nicht determiniert werden. Die Stützwirkung des Seilpaketes behindert ebenfalls das Ausbeulen des Trommelmantels. Der elastische Stabilitätskollaps bleibt deshalb für übliche Trommelgeometrien kein vordergründiges Versagenskriterium.

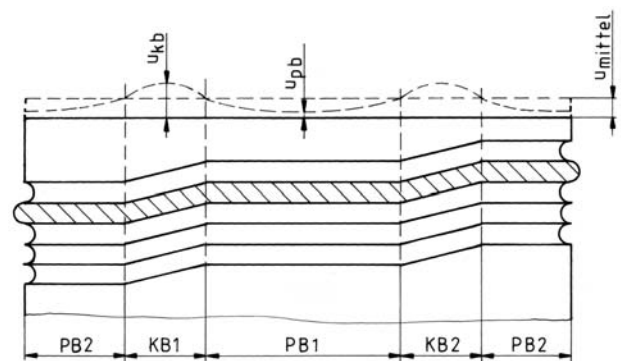


Bild 10: Axiale Verschiebungsdifferenzen zwischen den Rillungsbereichen

6 Literatur

- [1] Dietz, P.: Ein Verfahren zur Berechnung ein- und mehrlagig bewickelter Seiltrommeln, TH Darmstadt, Dissertation, 1971
- [2] Mupende, I.: Beanspruchungs- und Verformungsverhalten des Systems Trommelmantel-Bordscheiben bei mehrlagig bewickelten

- Seiltrommeln unter elastischem und teilplastischem Werkstoffverhalten, TU Clausthal, Dissertation, 2001
- [3] Neugebauer, H.-J.: Berechnungsverfahren für ein- und mehrlagig bewickelte Seiltrommeln, TU Dresden, Dissertation, 1979
- [4] Flügge, W.: Statik und Dynamik der Schalen. 3. Auflage. Berlin u. a.: Springer-Verlag, 1962
- [5] Flügge, W.: Stresses in Shells. 2. Auflage. Berlin u. a.: Springer-Verlag, 1973
- [6] Biezeno, C. B.; Grammel, R.: Technische Dynamik. Bd. 1: Grundlagen und einzelne Maschinenteile. 2. Auflage. Berlin u. a.: Springer Verlag, 1953
- [7] Girkmann, K.: Flächentragwerke – Einführung in die Elastostatik der Scheiben, Platten, Schalen und Faltwerke. 6. Auflage. Wien: Springer-Verlag, 1963
- [8] Wlassow, W. S.: Allgemeine Schalentheorie und ihre Anwendung in der Technik. Berlin: Akademie Verlag, 1958
- [9] Axelrad, E. L.: Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik. Bd. 45: Schalentheorie. Stuttgart: B. G. Teubner, 1983
- [10] Pflüger, A.: Elementare Schalenstatik. 5. Auflage. Berlin u. a.: Springer-Verlag, 1981
- [11] Donnell, L. H.: Beams, Plates and Shells. New York: McGraw-Hill Book Company, 1976
- [12] Sanders, J. L.: On Improved First-approximation Theory for thin Shells. NASA Techn. Report R24, 1959
- [13] Rabich, R.: Ingenieuraschenbuch Bauwesen. Bd. 1: Statik der Platten, Scheiben, Schalen. Edition Leipzig, 1964
- [14] Yavuz, B.; Krätzig W. B.: Mechanik der Flächentragwerke. Braunschweig/Wiesbaden: Friedrich Vieweg und Sohn, 1985
- | | | |
|-------------|---|-------------------|
| F_i, F_j | Axiale Linienkraft auf die Bordscheiben | N/mm |
| F_r | Radiale Linienkraft auf den Trommelmantel | N/mm |
| F_S | Seilzugkraft | N |
| h | Wanddicke der Zylinderschale/ des Trommelmantels | mm |
| K_b | Bereichsfaktor | - |
| K_e | Entlastungsfaktor | - |
| K_P | Wickeldruckverhältnis | - |
| K_r | Wickelradiusverhältnis | - |
| L | Länge des Trommelmantels | mm |
| l | Anzahl der Seillagen | - |
| p_{max} | auf den Trommelmantel wirkender maximaler Wickeldruck | N/mm ² |
| p_{dietz} | Seilpaketdruck nach Dietz | N/mm ² |
| p_n | Radialkomponente des Mantel-druckes | N/mm ² |
| r | Wickelradius, Lagenradius | mm |
| s | Breite des Seilersatzquerschnittes nach Dietz | mm |
| Δp | Druckentlastung | N/mm ² |
| Δr | Differenz der Wickelradien | mm |
| κ | Abklingkonstante | mm ⁻¹ |
| ϕ | Winkelkoordinate | rad |
| ϕ_{kb} | Winkel des Kreuzungsbereiches | rad |
| ϕ_{pb} | Winkel des Parallelbereiches | rad |

Das Forschungsvorhaben wurde mit finanzieller Förderung durch die Stiftung Industrieforschung, Köln, durchgeführt und von der Studiengesellschaft Stahlanwendung e.V., Düsseldorf, organisatorisch begleitet.

7 Symbolverzeichnis

Symbol	Bedeutung	Einheit
a	Mittlerer Radius der Zylinderschale/des Trommelmantels	mm
d_s	Seildurchmesser	mm
e	Seilsteigung, Rillensteigung	mm